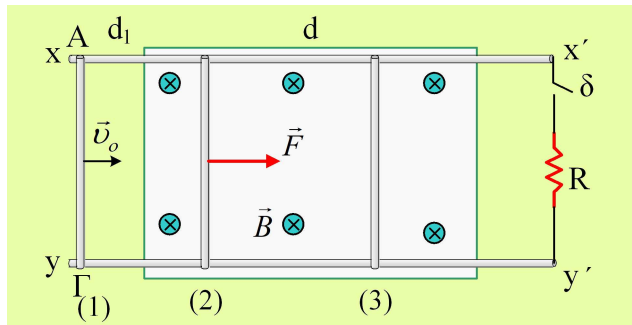


Προτείνοντας μια ... γείωση

Ο αγωγός ΑΓ του σχήματος, έχει μήκος $l=1\text{m}$, μάζα $m=0,5\text{kg}$, αντίσταση $r=5\Omega$ και μπορεί να κινείται οριζόντια χωρίς τριβές, σε επαφή με δύο οριζόντιους παράλληλους στύλους xx' και yy' , οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση και οι οποίοι απέχουν κατά l . Στα άκρα x' και y' συνδέεται αντίσταση $R=15\Omega$, μέσω ενός διακόπτη δ , ο οποίος είναι αρχικά ανοιχτός, ενώ στην



περιοχή με γκρι χρώμα, υπάρχει ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\text{T}$, σε μήκος $d=1,6\text{m}$. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ο αγωγός ΑΓ περνά από την θέση (1), απέχοντας κατά $d_1=0,3\text{m}$ από την περιοχή που καταλαμβάνει το μαγνητικό πεδίο και κινείται με ταχύτητα $v_0=0,6\text{m/s}$, παράλληλη στον στύλο xx' , όπως στο σχήμα. Τη στιγμή $t_1=1\text{s}$ που ο αγωγός βρίσκεται στη θέση (2), δέχεται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F , μέτρου $F=0,2\text{N}$, παράλληλη στην ταχύτητα v_0 , ενώ τη στιγμή $t_2=2\text{s}$, κλείνουμε το διακόπτη δ . Για το χρονικό διάστημα από t_0 , έως τη στιγμή t_3 , όπου ο αγωγός ΑΓ εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο, ζητούνται:

- i) Να βρεθεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση (να φαίνεται και η εξέλιξη και για $t > t_3$).
- ii) Να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση της τάσης στα άκρα του αγωγού ΑΓ, την $V_{ΑΓ}$, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iii) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F .
- iv) Να υπολογισθεί η θερμότητα που αναπτύσσεται στις αντιστάσεις (R και r).
- v) Να επιβεβαιώσετε την διατήρηση της ενέργειας, με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα.

Απάντηση:

- i) Ας εξετάσουμε τι συμβαίνει σε κάθε χρονικό διάστημα, που μας ενδιαφέρει. Ο αγωγός ΑΓ μπαίνει στο μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή t_1' , όπου:

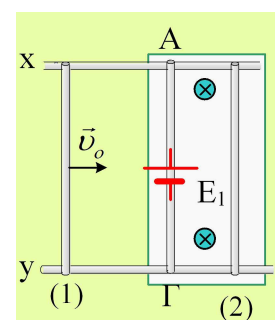
$$d_1 = v_0 t_1' \rightarrow t_1' = \frac{d_1}{v_0} = \frac{0,3\text{m}}{0,6\text{m/s}} = 0,5\text{s}$$

Τώρα θα αναπτυχθεί πάνω του ΗΕΔ από επαγωγή, χωρίς όμως να διαρρέεται από ρεύμα, οπότε θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, συνεπώς θα μετατοπισθεί κατά $\Delta x_1 = v_0(t_1 - t_1') = d_1 = 0,3\text{m}$, μέχρι να φτάσει στην θέση (2), όπου θα

ασκηθεί πάνω του η δύναμη F . Αλλά τότε στο χρονικό διάστημα $0,5\text{s}-1\text{s}$ θα αναπτυχθεί πάνω του ΗΕΔ από επαγωγή με πολικότητα, όπως στο σχήμα (θετικό άκρο το Α), ίση με:

$$E_1 = Bv_0l = 2 \cdot 0,6 \cdot 1\text{V} = 1,2\text{V}$$

Μόλις ασκηθεί η δύναμη στον αγωγό, θα αποκτήσει επιτάχυνση:



$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{0,2N}{0,5kg} = 0,4m/s^2$$

Έτσι ο αγωγός ΑΓ, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στο χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = 1s$, μετατοπιζόμενος κατά:

$$\Delta x_2 = v_o \Delta t_2 + \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2 = 0,6 \cdot 1m + \frac{1}{2} 0,4 \cdot 1^2 m = 0,8m$$

Ενώ τη στιγμή t_2 έχει αποκτήσει ταχύτητα v_2 , όπου:

$$v_2 = v_o + a \cdot \Delta t_2 = 0,6m/s + 0,4 \cdot 1m/s = 1m/s$$

Στην διάρκεια της παραπάνω επιταχυνόμενης κίνησης, στον αγωγό ΑΓ αναπτύσσεται ΗΕΔ E_2 , με την ίδια πολικότητα με πριν και με απόλυτο τιμή:

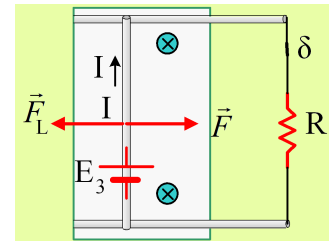
$$E_2 = Bvl = B(v_o + a\Delta t_2)l = 2(0,6 + 0,8(t-1)) \cdot 1 = 0,4 + 0,8t \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Τη στιγμή $t_2 = 2s$ που κλείνουμε το διακόπτη, η ΗΕΔ στον αγωγό είναι ίση:

$$E_2 = 0,4 + 0,8t = (0,4 + 0,8 \cdot 2)V = 2V$$

με αποτέλεσμα ο αγωγός να διαρρέεται από ρεύμα έντασης I , όπου:

$$I = \frac{E_2}{R+r} = \frac{2}{15+5} A = 0,1A$$



Οπότε δέχεται από το μαγνητικό πεδίο, αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$F_L = BIl = 2 \cdot 0,1 \cdot 1N = 0,2N$$

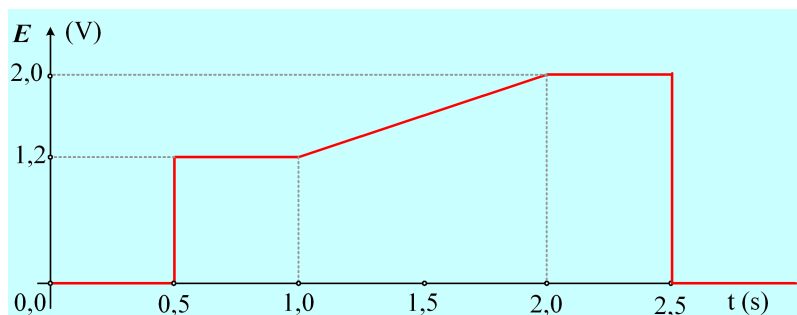
Αλλά τότε $\Sigma F_x = 0$ και ο αγωγός ΑΓ θα κινηθεί πια με σταθερή ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα τη στιγμή t_2 , μέτρου $1m/s$.

Εξάλλου τη στιγμή t_2 ο αγωγός ΑΓ έχει μετακινηθεί κατά $\Delta x_1 + \Delta x_2 = 0,3m + 0,8m = 1,1m$, συνεπώς απέχει κατά $\Delta x_3 = d - (\Delta x_1 + \Delta x_2) = 1,6m - 1,1m = 0,5m$ από το δεξιό άκρο του πεδίου και θα χρειαστεί χρονικό διάστημα

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_2} = \frac{0,5}{1} s = 0,5s$$

για να εξέλθει από το μαγνητικό πεδίο. Θα εξέλθει δηλαδή από το πεδίο τη στιγμή $t_3 = 2,5s$. Στη συνέχεια προφανώς δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή πάνω του.

Με βάση τα παραπάνω η γραφική παράσταση της ΗΕΔ στον αγωγό ΑΓ, $E=f(t)$, είναι:



ii) Για την τάση V_{AG} στα άκρα του αγωγού, θα έχουμε:

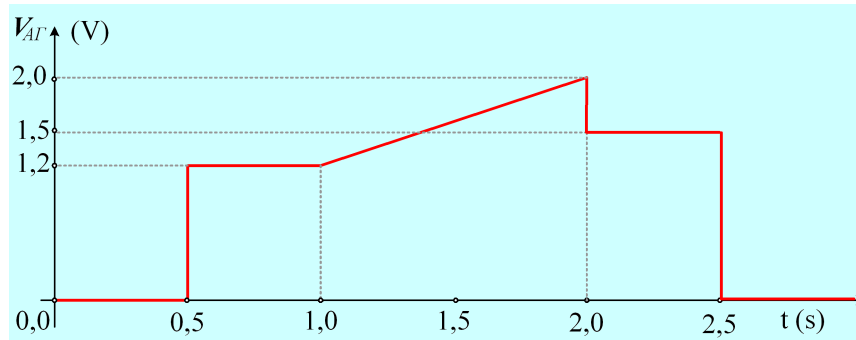
Από 0-0,5s, προφανώς $V=0$.

Από 0,5s-1,0s $V=E=1,2V$, αφού ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα.

Από 1,0s-2,0s: Όμοια $V = E_2 = 0,4 + 0,8t$ (S.I.)

Από 2,0s-2,5s: $V = E_2 - Ir = E_2 - \frac{E_2}{R+r}r = \frac{E_2}{R+r}R = \frac{2}{15+5}15V = 1,5V$

Οπότε η αντίστοιχη γραφική παράσταση θα είναι:



iii) Το έργο της δύναμης F , είναι ίσο:

$$W_F = F \cdot \Delta x = F \cdot (\Delta x_2 + \Delta x_3) = 0,2 \cdot (0,8 + 0,5)J = 0,26J$$

iv) Θερμότητα παράγεται στους αντιστάτες από 2s-2,5s και είναι ίση:

$$Q_\theta = I^2 R_{\text{ολ}} \Delta t = 0,1^2 \cdot (15 + 5) \cdot 0,5J = 0,1J$$

v) Η αρχή διατήρησης της ενέργειας, στην παραπάνω κίνηση, διατυπώνεται ως εξής:

«Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα, μέσω του έργου της δύναμης F , είναι ίση με το άθροισμα της ενέργειας που εμφανίζεται με την μορφή της θερμότητας στις αντιστάσεις και της αύξησης της κινητικής ενέργειας του αγωγού AG ». Δηλαδή μπορούμε να γράψουμε:

$$W_F = Q_\theta + \Delta K$$

Ισχύει η παραπάνω ισότητα; Ας υπολογίσουμε την αύξηση της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} 0,5 (1^2 - 0,6^2) J = 0,16J$$

Εύκολα διαπιστώνουμε ότι:

$$Q_\theta + \Delta K = 0,1J + 0,16J = 0,26J = W_F$$

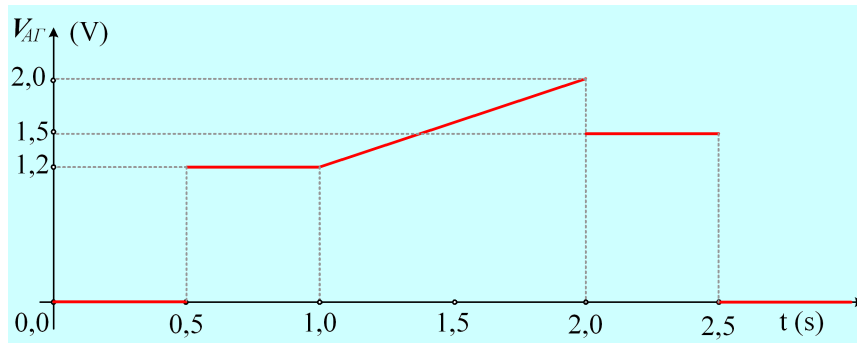
Σχόλιο:

Παραπάνω στις γραφικές παραστάσεις δεν σχεδιάστηκαν ασυνέχειες. Σε φαινόμενα όπως αυτά που εξετάζουμε εδώ, ασυνέχειες δεν υπάρχουν...

Θα μπορούσε όμως κάποιος να μιλήσει π.χ. για την 2η γραφική παράσταση για τα χρονικά διαστήματα:

$$0 \leq t < 0,5s, \quad 0,5s \leq t < 1s, \quad 1s \leq t < 2s, \quad 2s \leq t \leq 2,5s \quad \text{και} \quad t > 2,5s,$$

Έναν χωρισμό διαστημάτων, με σωστότερη μαθηματική διατύπωση και στη συνέχεια να χαράξει την γραφική παράσταση:



όπου να εμφανίζονται οι ασυνέχειες... μένοντας πιστός στο θεωρητικό μοντέλο (αγωγός αμελητέου πάχους, μαγνητικό πεδίο απόλυτα ορισμένο στο χώρο, όπου η είσοδος και η έξοδος του αγωγού ΑΓ γίνεται ακαριαία, δύναμη που ασκείται επίσης ακαριαία...)

dmargaris@gmail.com